黒木玄 **Gen Kuroki**
@genkuroki

所謂汎函数微分の話

特に物理の本なんかを見ると

$$\frac{\delta S[q]}{\delta q(t)} = \frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot q}$$

のような式が書いてありますが、これの「非公式の定義」は

$$\frac{\delta S[q]}{\delta q(t)} = \left.\frac{\partial}{\partial \varepsilon}\right|_{\varepsilon=0} S[q(\cdot) + \varepsilon\delta(\cdot - t)]$$

です。

$q(s)$ を $s = t$ の一瞬だけ微小に摂動したときの汎函数 $S[q]$ の挙動を見ている。

続く

2017年06月04日 17:27 · Web · 0 · 1 · Webで開く

黒木玄 **Gen Kuroki** @genkuroki Sunday at 5:28pm
たとえば

$$S[q] = \int_a^b L(q(t), \dot q(t))\,dt$$

のとき

$$\begin{aligned}&\frac{\delta S[q]}{\delta q(t)}\\ &= \left.\frac{\partial}{\partial \varepsilon}\right|_{\varepsilon=0} \int_a^b L(q(t') + \varepsilon\delta(t'-t), \dot q(t') + \varepsilon\delta'(t'-t))\,dt'\end{aligned}$$

続く

黒木玄 **Gen Kuroki** @genkuroki Sunday at 5:30pm
続き

$$
\begin{aligned}
&= \int_a^b \left[\frac{\partial L(q(t'), \dot{q}(t'))}{\partial q} \delta(t'-t) + \frac{\partial L(q(t'), \dot{q}(t'))}{\partial \dot{q}} \delta'(t'-t) \right] dt' \\
&= \int_a^b \left[\frac{\partial L(q(t'), \dot{q}(t'))}{\partial q} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L(q(t'), \dot{q}(t'))}{\partial \dot{q}} \right] \delta(t'-t)\, dt' \\
&= \frac{\partial L(q(t), \dot{q}(t))}{\partial q} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L(q(t), \dot{q}(t))}{\partial \dot{q}}
\end{aligned}
$$

下から2番目の等号でデルタ函数の導函数について部分積分を行っています。