黒木玄 **Gen Kuroki**
@genkuroki

任意の可換とは限らない代数 $A$ にべき $f^\lambda$ を導入する方法

基礎環は不定元 $\lambda, \mu$ を含み、$f \in A$ は可逆だと仮定する。

函数 $\phi : \mathbb{Z}^2 \to \mathbb{Z}$ に対して、無限直積代数 $A^{\mathbb{Z}^2}$ の元 $\left(f^{\phi(k,l)}\right)_{(k,l)\in\mathbb{Z}^2}$ を $f^{\phi(\lambda,\mu)}$ と書き、$A$ の $A^{\mathbb{Z}^2}$ への diagonal embedding の像と $f^{\phi(\lambda,\mu)}$ たち($f, \phi$ を動かす)で生成される $A^{\mathbb{Z}^2}$ の部分代数を $\widetilde{A}$ と書く。$\widetilde{A}$ の中で

$$f^\lambda f^\mu = f^{\lambda+\mu},$$
$$f^\lambda f^{-\lambda} = 1$$

などが成立している。

2017年06月05日 09:32 · Web · 0 · 3 · Webで開く

---

黒木玄 **Gen Kuroki** @genkuroki Monday at 9:39am

可逆な $f, g \in A$ が $A_2$ 型の Serre 関係式

$$[f,[f,g]] = [g,[g,f]] = 0$$

を満たしているならば、$\widetilde{A}$ の中で

$$f^\lambda g^{\lambda+\mu} f^\mu = g^\mu f^{\lambda+\mu} g^\lambda$$

が成立していることを、特別な道具抜きの直接的計算で示せる。これをVerma関係式と呼ぶ。

Serre関係式を $q$-Serre 関係式に一般化しても、計算が少し複雑になるだけで、完全に同じ形のVerma関係式が成立していることを示せる。

Verma関係式の表現論的意味はVerma表現のあいだの準同型が定数倍を除いて一意的であることです。直接的計算でも示せますが。