



黒木玄 Gen Kuroki @genkuroki

8 hours ago

「複素ベクトルの内積でどうして片方の複素共役を取るんですか？」

という非常にもっともな良い質問を受けたことがあります。しかし、空気を読まない正しい解答は

「別にあなたにとって複素共役を取らない方が都合がよいなら取らなくてもいいですよ。私も複素共役を取らずに単純に書いて和を取るタイプの内積をよく使っています」

になってしまうのだ。使用目的に合わせて内積の定義を変えるのが正解。教科書に書いてある定義に従う必要はない。

たとえば、ベクトルの非負の長さをそれ自身との内積の平方根で定義したいなら、複素共役を取らずに単にかけて足すだけだと一般に虚数になって非負の長さを作れなくなる。

ベクトルの非負の長さが必要なくて、単に非退化対称双線形形式が欲しい位なら、単にかけて足せばよい。



黒木玄 Gen Kuroki @genkuroki

8 hours ago

あと、

「行列のかけ算をどうしてそのように定義するんですか？」

という質問もよくある。これに対する空気を読まない正解は

「嫌ならこの定義にしなくていいですよ」

です。応用先に合わせて使う道具を変える。それだけ。

普及しているあの「行列の積の定義」は確かに便利で、あのタイプの積だけで相当な表現能力を持ちます。たとえば一次変換や二次形式などをコンパクトに表現できる。

行列は何かを表現するための道具。

表現力がどのくらいあるかは、授業を離れて自分で実際に使ってみないとわからない。



黒木玄 Gen Kuroki @genkuroki

8 hours ago

「どうして？」という疑問の持ち方がおそらくひどく間違っている。

内積のあの定義や行列のあの積については、

「その定義を使って具体的に何を扱えるのですか？」

「その定義はどのように役に立つのですか？」

とはっきり聞いた方がよいような気がする。短時間で答えられるような質問ではないのですが。

大学1年生レベルの教科書に載っている定義は単に「使用頻度が高い定義」に過ぎず、何か特別な数学的必然性があるとその定義になっているものは少ないと思う。



黒木玄 Gen Kuroki @genkuroki

8 hours ago

あと、「どうして位相空間をそのように定義するのですか？」についても同様。

別にあの定義と論理的に同値な定義を採用する必要はない。応用先に便利に使える定義なら何でもよい。

しかし、あの位相空間の定義は確かに便利で、論理的に同値な様々な定義の仕方があって、表現能力も相当に高い。

「どうしてそう定義するのか？」という疑問の持ち方をする人の多くは、その定義の仕方がもう動かせない確定した普遍的な真理であるかのように誤解した上で、全然そのように

は見えないので、そのような疑問を持っているのではないかな？

定義ではなく、呼び方や記号法についても同じ。

「どうしてそう呼ぶんですか？」→「嫌ならそう呼ばなくていいです。ただし、普及していない用語法を使う場合には説明して下さい」

「どうしてそのような記号で表わすのですか？」→「嫌ならこの記号法に従わなくてもよいです。ただし、普及していない記号法を使う場合には説明して下さい」



黒木玄 Gen Kuroki @genkuroki

8 hours ago

「どうしてそう呼ぶのか」

「どうしてそう書くのか」

という質問に歴史に沿った説明をまじめにしようとすると、実は相当に大変。

新しい概念が数学史に登場する場面は混沌としていて、現代の整理された数学しか知らない我々は解説するだけで困難な感じになります。

そして、普及している数学用語や数学記号が確定するまでにはかなりの紆余曲折があることが普通。

歴史的な偶然によって、用語や記号が決まっているように見える。

別に自分が気に入らない用語法や記号法に自分自身は従う必要がないことは当たり前の話なので、歴史的な偶然に付き合う義理はない。

まあ、他人に説明するときに、歴史的偶然で決まった普及している用語や記号を使って説明するか、独自の用語や記号について説明することに重いコストを支払うかのどちらかを選択しなければいけない点が腹立たしいのですが。

自分がよりよいと考える用語や記号を普及させようと思ったら、さらに大変。

実際には、すでに普及している用語や記号はそう使い勝手が悪いものではなく、分野ごとの目的にかなり最適化されています。



黒木玄 Gen Kuroki @genkuroki

6 hours ago

数学的内容について「どうして？」と疑問に思うのは普通。

- ・ どうしてそれが成り立つのですか？
- ・ どうしてそれとそれが等しくなるのですか？
- ・ 直観的にはどういうことですか？
- ・ 典型的な例は何ですか？
- ・ その定理にはどのような応用がありますか？
- ・ そのように定義して何がうれしいのか？

これらは普通の疑問。

これらと

- ・ どうしてそう書くんですか？
- ・ どうしてそう呼ぶんですか？

はかなり違うタイプの疑問。



黒木玄 Gen Kuroki
@genkuroki

基本的な数学的記号法についての歴史については

jeff560.tripod.com/mathsym.htm...

が詳しいです。

mathtod.online powered by [Mastodon](#)